

Calcolo Combinatorio

★ Definizioni:

- **Calcolo combinatorio:** si occupa di contare “stringhe provenienti da un certo alfabeto”.
- **Principio di enumerazione:** supponiamo di avere delle stringhe lunghe $r \in \mathbb{N}$. Le varie caselline della stringa le chiamiamo **slot**.
 - Nello slot 1 posso scrivere n_1 simboli.
 - Nello slot 2 posso scrivere n_2 simboli \forall scelta dello slot 1.
 - Nello slot 3 posso scrivere n_3 simboli \forall scelta degli slot 1 e 2.
 - Nello slot r posso scrivere n_r simboli \forall scelta degli slot n_1, n_2, \dots, n_{r-1} .
 Quante stringhe posso ottenere in questo modo? Il numero di queste stringhe è $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_r$. Questo si chiama principio di enumerazione.

★ Tipologie:

- **Disposizioni semplici:** stringhe lunghe k da un alfabeto di n elementi senza ripetizioni.
 - $D(n, k) = n(n-1)\dots(n-k+1)$.
 - **Caso particolare:** le disposizioni di n oggetti presi da n si chiamano **permutazioni**.
 - $D(n, n) = n(n-1)\dots 2 \cdot 1$
- **Disposizioni con ripetizione di k oggetti tra n oggetti:** sono le stringhe lunghe k da un alfabeto di n simboli.
 - $n \cdot n \cdot n \dots n = n^k$.
- **Combinazioni di k elementi tra n :** sono i sottoinsiemi di k elementi presi da un insieme di n elementi. Ricorda che nelle $\{ \}$ non si conta l'ordine mentre $\binom{n}{k}$ sì.
 - $C(n, k) =$ numero di combinazioni di k oggetti tra n .
 - $C(n, k) = \frac{D(n, k)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$ si dice n sopra k (o n scelgo k o coefficiente binomiale).
 - Il numero di $E \subset S : |S| = n, |E| = k \Rightarrow \binom{n}{k}$.
 - **Nota:** $\binom{n}{0} = \frac{n!}{0!(n-0)!} = 1$.

★ Fattoriali:

- Per definizione: $0! = 1$.
- $D(n, k) = n(n-1)\dots(n-k+1) \frac{(n-k)(n-k-1)\dots 1}{(n-k)(n-k-1)\dots 1} = \frac{n!}{(n-k)!}$
- $n!$ è il numero di ordinamenti di un insieme di n elementi (è una **permutazione**).