LOGICA 2

Quantificatori: I quantificatori universali $\forall$ ed esistenziali $\exists$ precedono tutti gli altri tranne il $\sim$.

Termine libero: Un t. è **libero** se non cade nel campo d'azione di un quantificatore. E' detto **vincolato** altrimenti.

Termine libero per una variabile x: se nessuna occorrenza libera di x cade nel campo d'azione di un quantificatore che quantifichi una variabile che compare nel termine considerato.

Formula chiusa: Se tutti i termini sono quantificati.

Chiusura universale: Si fa precedere la formula A da quant. universali che quantificano le variabili libere di A.

Chiusura esistenziale: Si fa precedere la formula A da quant. esistenziali che quantificano le variabili libere di A.

Formula in forma normale prenessa: Se tutti i quantificatori sono i testa

Sostituzioni dei quantificatori:

$$\forall x A(x) \vee B \equiv \forall y (A(^{y}/_{x}) \vee B) \qquad \exists x A(x) \vee B \equiv \exists y (A(^{y}/_{x}) \vee B)$$
$$\forall x A(x) \wedge B \equiv \forall y (A(^{y}/_{x}) \wedge B) \qquad \exists x A(x) \wedge B \equiv \exists y (A(^{y}/_{x}) \wedge B)$$
$$\forall x A(x) \Longrightarrow B \equiv \exists y (A(^{y}/_{x}) \Longrightarrow B) \qquad B \Longrightarrow \forall x A(x) \equiv \exists y (B \Longrightarrow A(^{y}/_{x}))$$
$$\exists x A(x) \Longrightarrow B \equiv \forall y (A(^{y}/_{x}) \Longrightarrow B) \qquad B \Longrightarrow \exists x A(x) \equiv \forall y (B \Longrightarrow A(^{y}/_{x}))$$

Forma di Skolem: Partendo dalla fnp sostituisco tutti i termini quantificati da quant. esistenziali con termini di arità n uguale al numero di quant. universali che precedono il quant. esistenziale considerato. Quest'ultimo viene scartato.

Unificatori: un unificatore è un insieme di sostituzione tale per cui due termini, sottoposti alle sostituzioni specificate nell'unificatore, diventano equivalenti. (Es: $f(a,b); f(c,d)\ \sigma = \{^{c}/_{a}, ^{d}/_{b}\}$, con σ unificatore)

ALGEBRA 2

Semigruppo: Composizione interna binaria associativa.

Monoide: Semigruppo con elemento neutro rispetto all'operazione binaria.

Gruppo: Monoide in cui ogni elemento ammette un inverso rispetto all'elemento neutro.

Gruppo Abeliano: Gruppo in cui vale la proprietà commutativa.

Anello: Gli elementi formano un **gruppo abeliano** rispetto alla somma $< A, + >$ e un **semigruppo** rispetto al prodotto $< A, \cdot >$ e vale la proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma.

Anello unitario: Se il semigruppo moltiplicativo è **monoide**.

Anello commutativo: Se il semigruppo moltiplicativo è commutativo.

Anello privo di divisori dello zero: Se non esistono elementi diversi tra loro e da 0 tali che il loro prodotto sia 0.

Legge di cancellazione: Se $a \cdot b = a \cdot c$ e $b \cdot a = c \cdot a$ e $a \neq 0$ allora $b \neq c$. Se vale la legge di cancellazione allora l'anello è privo dei divisori dello zero.

Corpo: Anelli in cui gli elementi diversi da 0 formano un gruppo rispetto alla moltiplicazione.

Campo: Corpo in cui la moltiplicazione gode della proprietà commutativa.

Reticolo: Insieme in cui le due operazioni binarie di intersezione ed unione godono della proprietà commutativa ed associativa e per le quali valgono le leggi di assorbimento $a \wedge (a \vee b) = a; \quad a \vee (a \wedge b) = a$.

Criterio per i sottogruppi: H è sottoinsieme di $< A, \cdot, \quad ^{-1} >$ sse $\forall a, b \in H \Longrightarrow a \cdot b \in H \wedge a^{-1} \in H$ o $a \cdot b^{-1} \in H$.

Criterio per i sottoanelli: H è sottoanello di $< A, +, \cdot, 0, - >$ sse $\forall a, b \in H \Longrightarrow a - b \in H \wedge a \cdot b \in H$.

La relazione di equivalenza $\boldsymbol{\rho}$ è **compatibile** con ω legge di comp. Interna di arità n se $\forall a_1, \dots, a_n, b_1, \dots b_n \in A$ con $(a_1, b_1) \in \rho, \dots, (a_n, b_n) \in \rho \Longrightarrow \omega((a_1, \dots, a_n), \omega(b_1, \dots, b_n)) \in \rho$.

Conguenza: una relazione di equivalenza ρ su A struttura algebrica $< A, \Omega >$ è **relazione di congruenza** se è compatibile con ogni $\omega \in \Omega$.

Omomorfismo: Se per qualsiasi valore vale $f(a_1 \circ a_2 \circ \dots \circ a_n) = f(a_1) \# f(a_2) \# \dots \# f(a_n)$ con $\circ$ e # due operazioni qualsiasi. (Es: $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$, il logaritmo è un omomorfismo).

Monomorfismo: funzione iniettiva, **Epimorfismo:** funzione suriettiva, **Isomorfismo:** funzione biettiva.

Nucleo: $\ker f = \{(x,y) \in A \times A | f(x) = f(y)\}$

Th di Lagrange: Se $< A, \cdot >$ è un gruppo finito di ordine n,un qualsiasi sottogruppo ha ordine m, con m divisore di n.

Laboratorio:

list_of_descriptions.
name({*nome esercizio*}.
Author({**}).
Status(unsatisfiable).

list_of_symbols.
functions[(nome, arità),…].
predicates[(nome,arità),…].
end_of_list

list_of_formulae(axioms).
formula(testo formula).
end_of_list

list_of_formulae(conjectures).
formula(testo congettura).
end_of_list.
end_of_problem.

forall(var,formula)
exists(var, formula)
implies(ant, cons)
or(termine, termine, …)