LOGICA 1

$\Gamma \vDash \boldsymbol{A}$: A è conseguenza sematica di Γ (insieme di fbf) se ogni modello di Γ è modello per A (o se $\Gamma \cup \{\sim A\}$ è insoddisfacibile)

Teoria di deduzione semantica: $\mathbf{B} \vDash \boldsymbol{A}$ sse $A \Longrightarrow B$ è una tautologia

Deduzione semantica: $\Gamma \cup \{\mathrm{B}\} \vDash A$ sse $\Gamma \vDash (B \Longrightarrow A)$

Equivalenze: $\circ\, A \wedge (A \vee B) \equiv A \vee (A \wedge B) \equiv A$ $\quad \circ\, A \Longrightarrow B \equiv \sim A \vee B = \sim(A \wedge \sim B)$

$\Gamma \vdash_H \boldsymbol{A}$**:** A è deducibile in H da Γ se esiste una sequenza di assiomi di H, formule di Γ o formule dedotte dalle precedenti tramite le regole di inferenza di H la cui ultima formula è A.

Assiomi della teoria formale L:

$\boldsymbol{A1})\ A \Longrightarrow (B \Longrightarrow A)$ $\quad \boldsymbol{A2})\ (A \Longrightarrow (B \Longrightarrow C)) \Longrightarrow ((A \Longrightarrow B) \Longrightarrow (A \Longrightarrow C))$ $\quad \boldsymbol{A3})\ (\sim A \Longrightarrow \sim B) \Longrightarrow ((\sim A \Longrightarrow B) \Longrightarrow A)$

Una teoria formale è ***corretta*** se tutti i suoi teoremi sono tautologie, ***completa*** se tutte le tautologie sono suoi teoremi, ***decidibile*** se esiste un algoritmo in grado di stabilire se una formula è un teorema oppure no.

Fbf in forma a clausole: la fbf è una congiunzione di clausole (disgiunzioni) (Es: $(A \vee B) \wedge (C \vee D)$)

Risolvente: Siano date le clausole $\boldsymbol{C_1} \ni \boldsymbol{A}$ e $\boldsymbol{C_2} \ni \sim\boldsymbol{A}$**,** la loro risolvente è $R = \{\{C_1 \backslash A\} \cup \{C_2 \backslash \sim A\}\}$. (A è un letterale)

Deduzione semantica (2): A è semanticamente deducibile da Γ sse $\Gamma \cup \{\sim A\} \vdash_R \{\}$ ($\vdash_R$ è la derivazione x risoluzione)

Derivazione lineare per input: Se è possibile applicare la derivazione per risoluzione usando sempre almeno una clausola di partenza. Questo è sempre vero se le clausole sono in **forma di Horn** (al più un letterale non negato).

Criterio di Minetti-Facendola: Per passare rapidamente dalla tabella di verità alla formula usando solo $\Longrightarrow e \sim$

$$(A_n \vee A_{n-1} \vee \dots \vee A_0) \equiv \sim A_n \Longrightarrow (\sim A_{n-1} \Longrightarrow (\dots \Longrightarrow (\sim A_1 \Longrightarrow A_0) \dots)))$$

$$(B_n \wedge B_{n-1} \wedge \dots \wedge B_0) \equiv \sim(B_n \Longrightarrow (B_{n-1} \Longrightarrow (\dots \Longrightarrow (B_1 \Longrightarrow \sim B_0) \dots))))$$

ALGEBRA 1

Relazione inversa: Traspongo la matrice di incidenza (mdi) e inverto la direzione degli archi nel grafo (gdi).

Prop. Seriale: Se in ogni riga della mdi c'è almeno un 1. Se da ogni vertice del gdi parte almeno un arco.

Prop. Riflessiva: Se la diag. principale è della mdi è 1. Se per ogni vertice del gdi c'è un autoanello.

Prop. Simmetrica: Se la mdi è simmetrica. Se ogni arco del gdi presenta una doppia freccia.

Prop. Antisimmetrica: Se nella mdi $m_{ij} = 1 \Longrightarrow m_{ji} = 0$. Se non ci sono archi (autoanelli esclusi) con doppia freccia.

Prop. Transitiva: Se nella mdi $(m_{ij} = 1 \wedge\ m_{jk} = 1) \Longrightarrow m_{ik} = 1$. Se esiste nel gdi la catena $(A \to B, B \to C, A \to C)$.

Chiusura riflessiva: Pongo ad 1 la diagonale principale della mdi.

Chiusura simmetrica: Se la cella $m_{ij} = 1$ allora pongo la cella $m_{ji} = 1$.

Chisura transitiva: $\bigcup_{i=1}^{\infty} M^i$. Dove M è la mdi, $M^i = \underbrace{M \cdot M \cdot \dots}_{i\ volte}$ e il prodotto si intende binario (se $m_{ij} > 1, m_{ij} = 1$)

Chiusure multiple: L'ordine delle chiusure non è importante ma la transitiva deve essere effettuata per ultima!

Relazione d'ordine: se la relazione è **riflessiva, antisimmetrica** e **transitiva**. Usa il diagramma di Hasse invece del gdi

Relazione d'equivalenza: se la relazione è **riflessiva, simmetrica** e **transitiva**.

Reticolo: Una relazione è reticolo se esiste il massimo ed il minimo.

Partizione di A: Insieme di sottoinsiemi B_i t.c. $\bigcup B_i = A$ e $B_i \cap B_j \neq 0 \Longrightarrow B_i = B_j \forall i, j$.

Classi di equivalenza: Osservando la mdi esistono tante cde quante sono le colonne diverse.

Funzione: Ogni riga della mdi ha al più un 1.

Funzione composta: $f(x) \circ g(x) = f(g(x))$.

Funzione iniettiva: Ogni colonna della mdi ha al più un 1. La funzione ammette inversa dx $f(x) \circ f^{-1}(x) = x$.

Funzione suriettiva: Ogni colonna della mdi ha almeno un 1. La funzione ammette inversa sx $f^{-1}(x) \circ f(x) = x$.

Funzione biettiva: Funzione contemporaneamente iniettiva e suriettiva. La mdi deve essere per forza quadrata.

Numero di funzioni generate da una relazione: $\prod_i n_i$ dove n_i è il numero di 1 sulla riga i-esima.