

Fisica Tecnica

Mattia Natali

2 maggio 2012

Indice

1	Introduzione e concetti fondamentali	2
1.1	I sistemi e i volumi di controllo	2
1.2	Proprietà di un sistema	2
1.2.1	Regola di Gibbs	3
1.3	Densità e densità relativa	3
1.4	Le trasformazioni e i cicli termodinamici	3
1.5	Principio zero della termodinamica	3
1.6	La pressione	3
2	Energia, trasferimento di energia	4
2.1	Calore	4
2.2	Convenzione dei segni	4
2.3	Il primo principio della termodinamica	4
3	Proprietà delle sostanze pure	4
3.1	Entalpia	5
3.2	Gas perfetti	5
4	Analisi energetica dei sistemi chiusi	5
4.1	Il lavoro di variazione del volume	5
4.2	Trasformazione politropica	5
4.3	Calori specifici	6
4.3.1	Gas perfetti	6
4.3.2	Solidi e liquidi	7
5	Analisi dei volumi di controllo	7
5.1	Principio di conservazione della massa	7
5.2	Lavoro di pulsione	8
5.3	Energia totale di un fluido che scorre	8
5.4	Sistemi a flusso stazionario	8
6	Secondo principio della termodinamica	9
6.0.1	Serbatori di energia termica	9
6.0.2	Motore termico	9
6.0.3	Rendimento termico	9
6.0.4	Rendimento di secondo principio	10
6.1	Secondo principio della termodinamica	10
6.1.1	Enunciato di Kelvin-Plank	10
6.1.2	Enunciato di Clausius	10

6.2	Macchine frigorifere e pompe di calore	10
6.2.1	Efficienza frigorifera	10
6.2.2	Pompe di calore	11
6.2.3	Macchine a moto perpetuo	11
7	Entropia	11
7.1	Trasformazioni isoentropiche	12
7.1.1	Diagramma T-S	12
7.1.2	Terzo principio della termodinamica	12
7.1.3	Bilancio entropico	12
7.2	Relazioni T dS	13
7.2.1	Variazione di entropia di solidi e liquidi	13
7.2.2	Variazione di entropia nei gas perfetti	13
7.2.3	Trasformazioni isoentropiche dei gas perfetti	13
7.3	Rendimento isoentropico per dispositivi a flusso stazionario	14
7.3.1	Rendimento isoentropico delle turbine	14
7.3.2	Rendimento isoentropico di compressori e pompe	14
8	Cicli termodinamici	14
8.1	Considerazioni	14
8.1.1	Proprietà dei cicli termodinamici simmetrici	15
8.2	Ciclo di Carnot	15
8.3	Cicli ad aria standard	15
8.4	Ciclo Otto	16
8.5	Ciclo Diesel	16
8.6	Ciclo Joule-Brayton	17

1 Introduzione e concetti fondamentali

1.1 I sistemi e i volumi di controllo

Si definisce **sistema termodinamico**, la quantità di materia o la regione di spazio che si prende in considerazione, il resto si chiama **ambiente** e sono separati dal **contorno** che ha spessore nullo.

Un sistema si definisce **chiuso** quando il contorno non permette il passaggio di materia, se sia energia e materia non riescono a passare il contorno si dice sistema **isolato**; **aperto** invece quando permette il passaggio di materia.

Quando un sistema è aperto è più opportuno definirlo come **volume di controllo** e il bordo come **superficie di controllo**.

1.2 Proprietà di un sistema

Ogni caratteristica di un sistema termodinamico è chiamata **proprietà**.

Le **proprietà intensive** sono quelle che non dipendono dalle dimensioni del sistema: temperatura, pressione, densità ecc. Le **proprietà estensive** invece dipendono dalle dimensioni: massa, volume, energia totale.

1.2.1 Regola di Gibbs

Lega in una equazione il numero di componenti C , numero di fasi F , numero di variabili indipendenti intensive di un sistema generico:

$$V = C + 2 - F$$

1.3 Densità e densità relativa

La **densità** è la massa riferita all'unità di volume:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [\text{kg/m}^3]$$

Il reciproco della densità è il **volume specifico**

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

La **densità relativa** di una sostanza è una grandezza adimensionata ed è il rapporto tra la densità presa in esame e la densità di una sostanza di riferimento a una temperatura specificata, esempio

$$d = \frac{\rho}{\rho_{acqua}}$$

1.4 Le trasformazioni e i cicli termodinamici

Ogni cambiamento che un sistema subisce passando da uno stato di equilibrio a un altro si chiama **trasformazione**. Se la trasformazione avviene in modo che il sistema rimanga infinitesimamente vicino al precedente stato di equilibrio si chiama **quasi-statica**, non esiste nella realtà ma è una buona approssimazione per fare calcoli.

Il termina **stazionario** significa costante nel tempo, invece **uniforme** significa costante nello spazio.

1.5 Principio zero della termodinamica

L'uguaglianza delle temperature è l'unico requisito per l'equilibrio termico. Il principio afferma che due corpi, ognuno in equilibrio termico con un terzo corpo, sono anche in equilibrio termico tra loro.

1.6 La pressione

La **pressione** è la forza esercitata in direzione normale da un fluido su una superficie di area unitaria. Nel caso dei solidi, l'equivalente della pressione è la tensione.

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

La pressione in un fluido non in movimento aumenta linearmente all'aumento della profondità

$$p = p_{atm} + \rho gh$$

con p_{atm} pressione atmosferica, g gravità e h la profondità dalla superficie libera.

Le **legge di Pascal** afferma che la forza applicata da un fluido è direttamente proporzionale all'area della superficie:

$$p_1 = p_2 \rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

2 Energia, trasferimento di energia

Energia cinetica:

$$E_c = \frac{1}{2}mw^2 \quad [kJ]$$

con m massa e w velocità. All'unità di massa invece

$$e_c = \frac{1}{2}w^2 \quad [kJ/kg]$$

(solitamente, ma non sempre, le lettere minuscole sono riferite all'unità di massa)

L'**energia totale** di un sistema è data dalla somma dell'energia cinetica, dell'energia potenziale e dall'energia interna:

$$E = U + E_p + E_c = U + mgz + \frac{1}{2}mw^2 \quad [kJ]$$

con z altezza dal suolo.

L'energia è capace di attraversare il contorno di un sistema chiuso sotto due forme distinte: **calore e lavoro**. Il calore è definito come la forma di energia che si trasferisce tra due sistemi in virtù di una differenza di temperatura.

2.1 Calore

Un processo durante il quale non vi è trasmissione di calore è detto **trasformazione adiabatica**.

Il calore si trasmette in tre modi: la **conduzione termica** è il trasferimento di energia dalle particelle più energetiche di una sostanza alle particelle adiacenti meno energetiche. La **convezione termica** è il trasferimento di energia tra una superficie solida e il fluido adiacente in moto. L'**irraggiamento termico** è il trasferimento di energia dovuto all'emissione di onde elettromagnetiche.

2.2 Convenzione dei segni

Il calore trasferito dall'ambiente a un sistema e il lavoro compiuto da un sistema sull'ambiente sono positivi; il calore trasferito da un sistema all'ambiente e il lavoro compiuto dall'ambiente su un sistema sono negativi.

2.3 Il primo principio della termodinamica

L'energia non può essere né creata né distrutta, ma può solo cambiare forma.

Grazie a questo principio possiamo effettuare il **bilancio energetico**:

$$E_{entrante} - E_{uscente} = \Delta E_{sistema}$$

3 Proprietà delle sostanze pure

Una sostanza la cui composizione chimica non varia in tutta la massa presa in considerazione è detta **sostanza pura**.

3.1 Entalpia

L'entalpia è denotata con il simbolo H oppure h se è riferita all'unità di massa:

$$\begin{aligned} h &= u + pv \quad [\text{J/kg}] \\ H &= U + pV \quad [\text{J}] \end{aligned}$$

3.2 Gas perfetti

Nel caso di un sistema termodinamico costituito da una sostanza pura le equazioni che legano tre proprietà termodinamiche intensive sono chiamate **equazioni di stato**.

L'**equazione di stato dei gas perfetti** è definita in questo modo:

$$pv = R^*T$$

con

$$R^* = \frac{R_u}{M} = nR_u \quad [\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})]$$

dove $R_u = 8314,47 \text{ J}/(\text{kmol}\cdot\text{K})$ è la **costante universale dei gas** e M è la **massa molare** (la massa molare media dell'aria è $28,8 \text{ kg}/\text{kmol}$ e quindi $R^* = 288,68 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$).

4 Analisi energetica dei sistemi chiusi

4.1 Il lavoro di variazione del volume

In questa sezione verrà analizzato il lavoro di variazione di volume per una **trasformazione quasi statica**, ossia una trasformazione durante la quale un sistema è continuamente quasi in equilibrio.

Se al pistone è consentito di spostarsi di una quantità ds in modo quasi statico il lavoro è dato da:

$$\delta L_v = F ds = pA ds = p dV$$

dV è positiva durante una trasformazione di espansione, negativa il contrario. Quindi per calcolare il lavoro bisogna fare l'integrale

$$L_v = \int_1^2 p dV \quad [\text{J}]$$

quindi l'area sottesa dalla linea di trasformazione nel piano p, V rappresenta il lavoro di variazione di volume compiuto.

4.2 Trasformazione politropica

Una trasformazione durante la quale la pressione e il volume sono correlati dalla relazione

$$pV^n = C$$

è detta **trasformazione politropica**. C è una costante e

$$n = \frac{c_x - c_p}{c_x - c_v}$$

viene definito **indice della politropica**, c_x deve essere costante affinché sia una politropica.

Il lavoro scambiato lungo una generica politropica è:

$$L = \int_1^2 p dV$$

$$L = \frac{p_1 V_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]$$

$$L = \frac{p_1 V_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

La trasformazione politropica generalizza quattro trasformazioni quasistatiche fondamentali: adiabatica, isobara, isocora, isoterma. In base a c_x e quindi in base all'indice della politropica n si ottiene:

Trasformazione	c_x	$n = \frac{c_x - c_p}{c_x - c_v}$
Isoterma	$\pm\infty$	1
Isocora	c_v	$\pm\infty$
Isobara	c_p	0
Adiabatica	0	$k = c_p/c_v$

4.3 Calori specifici

Il **calore specifico** è definito come l'energia richiesta per innalzare di 1°C la temperatura della massa unitaria di una sostanza. Solitamente si fa la distinzione del calore specifico a **volume costante** c_v e **pressione costante** c_p perchè quello a pressione costante è sempre maggiore rispetto a c_v perchè in c_p parte dell'energia finisce come lavoro a causa della possibile espansione del gas. In base alla definizione allora abbiamo:

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

4.3.1 Gas perfetti

Combinando insieme la relazione che definisce l'entalpia e l'equazione di stato del gas perfetto si ha:

$$\left. \begin{array}{l} h = u + pv \\ pv = R^*T \end{array} \right\} h = u + R^*T$$

scopriamo che h e u **dipendono solamente dalla temperatura**, quindi le derivate parziali scritte in precedenza per i calori specifici diventano delle derivate ordinarie

$$du = c_v dT$$

$$dh = c_p dT$$

sempre per i gas perfetti valgono anche queste relazioni

$$c_p = c_v + R^* \quad [\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})]$$

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

Qui una tabella dei calori specifici dei gas:

Tipo calore specifico	gas monoatomico	biatomico	poliatomico non lineare
c_v	$\frac{3}{2}R^*$	$\frac{5}{2}R^*$	$\frac{6}{2}R^*$
c_p	$\frac{5}{2}R^*$	$\frac{7}{2}R^*$	$\frac{8}{2}R^*$

4.3.2 Solidi e liquidi

Siccome i solidi e i liquidi **sono incompressibili** abbiamo che:

$$c_p = c_v = c$$

i calori specifici delle sostanze incompressibili dipendono solamente dalla temperatura proprio come i gas perfetti

$$du = c_v dt$$

poi sempre perchè sono incompressibili abbiamo

$$dh = du + vdp + p d\sigma = du + vdp$$

5 Analisi dei volumi di controllo

5.1 Principio di conservazione della massa

La massa, come l'energia si conserva, però **si può convertire la massa in energia e viceversa** attraverso la formula

$$E = mc^2$$

dove $c = 2.9979 \cdot 10^8 \text{m/s}$ che è la velocità della luce.

La quantità di massa che fluisce attraverso una sezione trasversale nell'unità di tempo si definisce **portata massica**, può essere calcolata come

$$\delta \dot{m} = \rho w_n dA$$

con ρ la densità del fluido, w_n velocità normale rispetto all'area infinitesima. La portata massica infinitesima la definiamo con δ perchè è una funzione di linea, ossia è un differenziale inesatto proprio come δL .

Quando ρ è uniforme e come w_n prendiamo la velocità media w_{med} la portata massica si può calcolare come

$$\dot{m} = \rho w_{med} A \quad [\text{kg/s}]$$

Il volume del fluido che fluisce attraverso una sezione trasversale, riferito all'unità di tempo, è detto **portata volumetrica** \dot{V}

$$\dot{V} = \int_A w_n dA = w_{med} A = w A$$

ed è legato con la portata massica dalla seguente relazione

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \frac{\dot{V}}{v}$$

Principio di conservazione della massa:

$$m_{entrante} - m_{uscente} = \Delta m_{VC}$$

m_{VC} indica la massa del volume di controllo preso in esame. La massa totale in un volume di controllo può essere calcolata con

$$m_{VC} = \int_{VC} \rho dV$$

5.2 Lavoro di pulsione

I volumi di controllo implicano un flusso di massa attraverso il loro contorno e si deve compiere una certa quantità di lavoro per spingere la massa: questo viene detto **lavoro di pulsione**

$$L_p = Fs = pAs = pV \quad [J]$$

all'unità di massa

$$l_p = pv \quad [J/kg]$$

5.3 Energia totale di un fluido che scorre

L'**energia totale** di un fluido che scorre (ossia di una corrente fluida), **riferita all'unità di massa**, denotata con θ diventa

$$\begin{aligned}\theta &= pv + e \\ \theta &= pv + (u + e_{cin} + e_{pot})\end{aligned}$$

ma la combinazione $pv + u$ è stata definita come entalpia quindi

$$\theta = h + \frac{1}{2}w^2 + gz \quad [J/kg]$$

quando si usa l'entalpia invece dell'energia interna per rappresentare l'energia di un fluido che scorre, non è necessario preoccuparsi del lavoro di pulsione.

Quindi l'energia trasportata dal fluido che scorre è

$$E_{massa} = m\theta = m \left(h + \frac{1}{2}w^2 + gz \right)$$

5.4 Sistemi a flusso stazionario

Molti dispositivi, quali turbine, compressori, ugelli, vengono classificati come **dispositivi a flusso stazionario**. Un **processo a flusso stazionario** è definito come una trasformazione durante la quale un fluido scorre in condizioni stazionarie attraverso un volume di controllo.

Durante un processo a flusso stazionario nessuna proprietà intensiva o estensiva all'interno del volume di controllo varia nel tempo. Inoltre, gli scambi di calore e di lavoro tra un sistema a flusso stazionario e il suo ambiente rimangono invariati nel tempo.

Quindi la forma del **bilancio energetico generale**, per un *sistema a flusso stazionario*, riferito all'unità di tempo si riduce a

$$\dot{E}_{entrante} - \dot{E}_{uscente} = 0$$

tenendo presente che l'energia può essere scambiata soltanto sotto forma di calore, lavoro e flusso di massa si ha

$$\dot{Q}_{entrante} + \dot{L}_{entrante} + \sum_{entrante} \dot{m}\theta = \dot{Q}_{uscente} + \dot{L}_{uscente} + \sum_{uscente} \dot{m}\theta$$

con $\theta = h + \frac{1}{2}w^2 + gz$.

È pratica comune supporre che venga trasferita nel sistema la potenza termica \dot{Q} (calore entrante), che il lavoro derivato dalla potenza termica \dot{L} venga compiuto dal sistema (lavoro uscente) e che il flusso del fluido abbia un'unica corrente, quindi l'equazione diventa

$$\dot{Q} - \dot{L} = \dot{m} \left[h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right]$$

dividendo tutto per \dot{m} otteniamo

$$q - l = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

Il più delle volte l'energia cinetica e l'energia potenziale è trascurabile, quindi

$$q - l = h_2 - h_1$$

6 Secondo principio della termodinamica

6.0.1 Serbatoi di energia termica

Il **serbatoio di calore** è definito come un corpo di capacità termica relativamente grande in grado di fornire o assorbire qualsiasi quantità finita di calore senza subire alcuna variazione di temperatura.

6.0.2 Motore termico

I **motori termici** si caratterizzano dal fatto che

1. Ricevono calore da una sorgente ad alta temperatura.
2. Convertono parte di questo calore in lavoro.
3. Cedono la parte rimanente di calore ricevuta a un pozzo a bassa temperatura.
4. Funzionano secondo un ciclo.

6.0.3 Rendimento termico

Il **rendimento termico** η_t è definito come il rapporto tra il lavoro netto ottenuto e la quantità di calore assorbita

$$\eta_t = \frac{L}{Q_e}$$

con Q_e calore entrante nella macchina termica, siccome $L = Q_{entrante} - Q_{uscente}$ allora

$$\eta_t = \frac{Q_e - Q_u}{Q_e} = 1 - \frac{Q_u}{Q_e}$$

Utilizzando anche l'equazione di bilancio d'entropia, notiamo che nelle *macchine termiche reversibili* si ha che

$$\left(\frac{Q_e}{Q_u} \right)_{rev} = \frac{T_e}{T_u}$$

e che quindi il rendimento termico diventa

$$\eta_t = 1 - \frac{T_u}{T_e}$$

questo rendimento viene anche definito **rendimento di Carnot**, dal momento che il motore termico reversibile più noto è quello di Carnot. Inoltre è il più alto rendimento di un motore termico che compia il suo ciclo tra due serbatoi di calore alle temperature T_u e T_e .

6.0.4 Rendimento di secondo principio

Il rendimento di secondo principio è il rapporto fra il rendimento della macchina reale e il rendimento della corrispondente macchina reversibile ideale

$$\eta_{IIp} = \frac{\eta_{reale}}{\eta_{ideale}}$$

6.1 Secondo principio della termodinamica

6.1.1 Enunciato di Kelvin-Plank

Per qualsiasi apparecchiatura che operi secondo un ciclo è impossibile ricevere calore da una sola sorgente e produrre una quantità di lavoro utile.

6.1.2 Enunciato di Clausius

È impossibile realizzare una macchina con funzionamento ciclico il cui unico effetto sia il trasferimento di una quantità di calore da un corpo a bassa temperatura a un altro a temperatura più alta.

6.2 Macchine frigorifere e pompe di calore

Il *frigorifero a compressione di vapore* si realizza con i seguenti componenti: compressore, condensatore, valvola di laminazione e evaporatore.

Lo scambio di calore da corpi a bassa temperatura verso altri a più alta temperatura non avviene spontaneamente, per far ciò abbiamo bisogno delle macchine frigorifere.

6.2.1 Efficienza frigorifera

L'**efficienza di una macchina frigorifera** viene espressa in termini di **coefficiente di prestazione COP**. Il compito di una macchina frigorifera è quello di asportare il calore Q_i dall'ambiente da raffreddare a spese della fornitura di una quantità di lavoro pari a $L_{n,e}$

$$COP_F = \frac{\text{energia ottenuta}}{\text{energia fornita}} = \frac{Q_i}{L_{n,e}}$$

ma siccome $L_{n,e} = Q_s - Q_i$

$$COP_F = \frac{Q_i}{Q_s - Q_i} = \frac{1}{Q_s/Q_i - 1}$$

con Q_s quantità di calore scaricata all'ambiente caldo alla temperatura T_s e Q_i quantità di calore asportata dall'ambiente da refrigerare alla temperatura T_i .

Se inoltre la macchina è reversibile abbiamo che

$$COP_{F,rev} = \frac{T_i}{T_s - T_i} = \frac{1}{T_s/T_i - 1}$$

esso è il coefficiente più alto che si può avere da una macchina frigorifera che opera con delle sorgenti a quella temperatura.

6.2.2 Pompe di calore

Un'apparecchiatura che trasferisce calore da un ambiente a bassa temperatura a uno ad alta temperatura è detta **pompa di calore**. L'obiettivo di una pompa di calore, invece, è di mantenere caldo l'ambiente ad alta temperatura, fornendogli il calore assorbito da una sorgente a bassa temperatura.

La prestazione di una pompa di calore è espressa in termini di coefficiente di prestazione COP_{PdC}

$$COP_{PdC} = \frac{\text{energia ottenuta}}{\text{energia fornita}} = \frac{Q_s}{L_{n,e}}$$

$$COP_{PdC} = \frac{Q_s}{Q_s - Q_i} = \frac{1}{1 - Q_i/Q_s}$$

Abbiamo anche una relazione tra le due efficienze:

$$COP_{PdC} = COP_F + 1$$

L'efficienza di una pompa di calore è sempre maggiore dell'unità.

Se la pompa di calore è reversibile abbiamo che

$$COP_{PdC} = \frac{T_s}{T_s - T_i} = \frac{1}{1 - T_i/T_s}$$

esso è il coefficiente più alto che si può avere da una pompa di calore che opera con delle sorgenti a quella temperatura.

6.2.3 Macchine a moto perpetuo

Si definisce **macchina a moto perpetuo** ogni dispositivo in contrasto con i principi sulla termodinamica. Se un dispositivo crea energia viene definito di **prima specie**, se invece è in contrasto solo con il secondo principio della termodinamica viene detto di **seconda specie**.

7 Entropia

La **disuguaglianza di Clausius** è molto importante ed ha numerose conseguenze nella termodinamica

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

il segno di uguaglianza vale solo per i cicli totalmente o internamente reversibili, mentre la disuguaglianza vale per i cicli irreversibili.

L'entropia S è una grandezza estensiva, mentre l'entropia per unità di massa s è una grandezza intensiva

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \quad [J/K]$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev}$$

Se la trasformazione è internamente reversibile e isoterma il calcolo dell'integrale è semplice

$$\Delta S = T \int_1^2 (\delta Q)_{rev} = T \Delta Q$$

Per un sistema isolato o soltanto chiuso e adiabatico, poichè lo scambio di calore con l'esterno è nullo si ha che

$$\Delta S_{isolato} \geq 0$$

Infatti il principio dell'aumento dell'entropia dice che durante una trasformazione l'entropia *di un sistema isolato* non diminuisce mai e al più rimane costante se la trasformazione è reversibile.

7.1 Trasformazioni isoentropiche

Una sostanza pura sottoposta a una **trasformazione isoentropica** conserva nel suo stato finale lo stesso valore di entropia che aveva nel suo stato iniziale.

$$\Delta S = 0$$

Una **trasformazione adiabatica** è necessariamente **isoentropica**, ma non il contrario. Tuttavia la trasformazione isoentropica è comunemente adoperata per indicare una trasformazione adiabatica internamente reversibile.

7.1.1 Diagramma T-S

Siccome sappiamo che

$$Q_{rev} = \int_1^2 T dS \quad [J]$$

possiamo affermare che l'**area sottesa** dalla linea della trasformazione internamente reversibile tracciata **nel diagramma T-S rappresenta** la quantità di **calore** scambiata durante la stessa trasformazione. Per le trasformazioni irreversibili invece non ha alcun significato.

Il diagramma h-s è anche detto diagramma di Mollier.

7.1.2 Terzo principio della termodinamica

L'entropia di una sostanza cristallina pura alla temperatura dello zero assoluto è nulla.

Questo fatto possiamo anche dedurlo dalla **relazione di Boltzmann**

$$S = k \ln p$$

dove $k = 1.3806 \cdot 10^{-23} \text{kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$ è la costante di Boltzmann e p è il numero totale dei possibili stati microscopici del sistema.

L'entropia il cui valore faccia riferimento allo zero assoluto è detta entropia assoluta ed è utile nell'analisi termodinamica delle reazioni chimiche.

7.1.3 Bilancio entropico

In un sistema chiuso sede di trasformazioni termodinamiche il bilancio entropico può essere scritto come:

$$\Delta S_{sistema} = S_Q + S_{irr}$$

dove S_Q rappresenta l'entropia entrante attraverso i confini del sistema come conseguenza dello scambio di calore Q .

7.2 Relazioni T dS

Unendo queste equazioni

$$\begin{aligned}\delta Q_{rev} - \delta L_{rev} &= dU \\ \delta Q_{rev} &= T ds \\ \delta L_{rev} &= p dV\end{aligned}$$

otteniamo la prima equazione del $T dS$

$$\begin{aligned}T dS &= dU + p dV \quad [J] \\ T ds &= du + p dv \quad [J/kg]\end{aligned}$$

poi avendo a disposizione anche l'equazione dell'entalpia

$$h = u + pv \rightarrow dh = du + p dv + v dp$$

otteniamo la seconda equazione del $T dS$

$$T ds = dh - v dp$$

7.2.1 Variazione di entropia di solidi e liquidi

Siccome i solidi e i liquidi sono in prima approssimazione incomprimibili allora $dv = 0$ e $du = c dT$ con $c_p = c_v = c$ abbiamo che

$$ds = \frac{du}{T} = \frac{c dT}{T}$$

integrando otteniamo

$$\Delta s = \int c \frac{dT}{T} = c \ln \frac{T_2}{T_1} \quad [J/(kg \cdot K)]$$

7.2.2 Variazione di entropia nei gas perfetti

Sostituendo nelle equazioni precedenti $du = c_v dt$ e $p = \frac{R^* T}{v}$ la variazione infinitesima di entropia del gas perfetto è data dalla relazione

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R^* \frac{dv}{v}$$

integrando si ottiene

$$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R^* \ln \frac{v_2}{v_1}$$

oppure sostituendo $dh = c_p dT$ e $v = RT/p$ abbiamo

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R^* \ln \frac{p_2}{p_1}$$

7.2.3 Trasformazioni isoentropiche dei gas perfetti

Numerose relazioni per i processi isoentropici possono essere ricavate semplicemente ponendo a zero la variazione di entropia nelle relazioni sviluppate nei paragrafi precedenti.

Dal momento che $R^* = c_p - c_v$, $k = c_p/c_v$ e cioè $R^*/c_v = k - 1$ con opportune trasformazioni delle equazioni precedenti otteniamo la prima equazione della trasformazione isoentropica

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{s=cost} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}$$

la seconda equazione

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{s=cost} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{(k-1)}{k}}$$

e la terza

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{s=cost} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k$$

7.3 Rendimento isoentropico per dispositivi a flusso stazionario

Le irreversibilità sono presenti in tutti i processi reali e che il loro effetto è quello di ridurre le prestazioni dei dispositivi. La trasformazione ideale che fa da riferimento per i dispositivi adiabatici a flusso stazionario è isoentropico.

7.3.1 Rendimento isoentropico delle turbine

Le pressioni di entrata e uscita dalla turbina sono fissate, quindi la trasformazione ideale è quella isoentropica tra le stesse pressioni.

Il rendimento di una turbina è definito

$$\eta_T = \frac{\text{lavoro reale}}{\text{lavoro isoentropico}} = \frac{l_r}{l_s}$$

7.3.2 Rendimento isoentropico di compressori e pompe

Il rendimento isoentropico di un compressore è definito come

$$\eta_C = \frac{\text{Lavoro isoentropico}}{\text{Lavoro reale}} = \frac{l_s}{l_r}$$

Attenzione! Bisogna notare che in questo caso il lavoro reale è al denominatore perchè il lavoro reale che bisogna fornire al compressore è più alto rispetto a quello ideale, e siccome il rendimento è sempre ≤ 1 c'è questa inversione.

8 Cicli termodinamici

8.1 Considerazioni

Eliminando dal ciclo reale tutte le complessità e le irreversibilità interne si ottiene un **ciclo ideale**. Solitamente si trascurano anche le variazioni dell'energia cinetica e potenziale del fluido evolvente utilizzato.

Nei diagrammi p-v e T-s, l'area racchiusa dai cicli ideali rappresenta rispettivamente il **lavoro netto** e la **quantità netta di calore** scambiato durante il ciclo.

Il **rendimento termico** di un motore termico è il rapporto tra il lavoro netto prodotto dal motore e la quantità di calore che gli viene fornita:

$$\eta_t = \frac{L_n}{Q_e}, \quad \eta_t = \frac{l_n}{q_e}$$

Per un sistema che subisce una trasformazione ciclica si ha

$$\Delta U_{ciclo} = 0$$

8.1.1 Proprietà dei cicli termodinamici simmetrici

I cicli termodinamici simmetrici, come il ciclo di Carnot, Otto, Joule-Brayton, hanno un'interessante proprietà:

$$\begin{aligned} v_1 v_3 &= v_2 v_4 \\ p_1 p_3 &= p_2 p_4 \\ T_1 T_3 &= T_2 T_4 \end{aligned}$$

8.2 Ciclo di Carnot

È composto da quattro trasformazioni totalmente reversibili:

1. Somministrazione di calore isoterma;
2. Espansione isoentropica;
3. Sottrazione di calore isoterma;
4. Compressione isoentropica.

Il ciclo può essere eseguito sia in un sistema chiuso che aperto, inoltre è il **ciclo con maggiore efficienza** che si possa eseguire tra due sorgenti termica a temperatura T_s (sorgente termica calda) e T_i (pozzo termico freddo), il rendimento è

$$\eta_{t,carnot} = 1 - \frac{T_i}{T_s}$$

Uno scambio termico reversibile a temperatura costante è molto difficile da realizzare perchè richiederebbe troppo tempo e una fonte di calore molto grande. Per questo questo ciclo è poco utilizzato nella realtà.

8.3 Cicli ad aria standard

Tutti i motori a combustione interna sono dei cicli a circuito aperto per permettere il riciclo dell'aria dov'è avvenuta la combustione.

Quando analizziamo questi cicli **adottiamo queste approssimazioni:**

1. Il fluido evolvente è aria che circola continuamente in un circuito chiuso e si comporta come un gas perfetto.
2. Tutte le trasformazioni che costituiscono il ciclo sono internamente reversibili.
3. Il processo di combustione è sostituito da una somministrazione di calore da una sorgente esterna.
4. Il rinnovo del fluido evolvente è sostituito da una sottrazione di calore che ripristina il fluido evolvente nello stato iniziale.

8.4 Ciclo Otto

È il ciclo utilizzato nei normali motori a benzina, è composto da

1. Compressione isoentropica;
2. Somministrazione di calore a volume specifico costante;
3. Espansione isoentropica;
4. Sottrazione di calore a volume specifico costante.

Siccome il ciclo è eseguito in un sistema chiuso, l'equazione del primo principio della termodinamica, per ognuna delle trasformazioni, assume la seguente forma:

$$q - l = \Delta u \quad [\text{J/kg}]$$

Il rendimento è

$$\eta_{t,Otto} = 1 - \frac{1}{\rho^{k-1}}$$

con ρ definito come **rapporto volumetrico di compressione**

$$\rho = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

e $k = c_p/c_v$. Il rendimento reale di questi motori varia all'incirca tra 25% – 30%.

8.5 Ciclo Diesel

Il ciclo Diesel è il ciclo ideale dei motori alternativi ad accensione spontanea. Esso è costituito da:

1. Compressione isoentropica;
2. Somministrazione di calore a *pressione* costante;
3. Espansione isoentropica;
4. Sottrazione di calore a volume specifico costante.

L'unica cosa che **differisce** dal ciclo Otto è il **secondo punto**. Il rendimento in questo caso è

$$\eta_{t,Diesel} = 1 - \frac{T_1 (T_4/T_1 - 1)}{k T_2 (T_3/T_2 - 1)}$$

Definiamo τ come il **rapporto volumetrico di introduzione**, ossia come il rapporto tra i volumi del cilindro alla fine e all'inizio del processo di somministrazione del calore:

$$\tau = \frac{V_3}{V_2} = \frac{v_3}{v_2}$$

il rendimento termico si riduce a

$$\eta_{t,Diesel} = 1 - \frac{1}{\rho^{k-1}} \left[\frac{\tau^k - 1}{k(\tau - 1)} \right]$$

8.6 Ciclo Joule-Brayton

È un ciclo a sistema aperto utilizzato soprattutto nei motori a turbine a gas. È composto da:

1. Compressione isoentropica;
2. Somministrazione di calore a pressione costante;
3. Espansione isoentropica;
4. Sottrazione a pressione costante.

Quando le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili, l'equazione del primo principio della termodinamica assume questa forma per tutte le trasformazioni di questo ciclo:

$$q - l = \Delta h$$

Il rendimento è calcolato come

$$\eta_{t,Brayton} = 1 - \frac{1}{\beta^{(k-1)/k}}$$

dove $\beta = \frac{p_2}{p_1}$ è il **rapporto manometrico di compressione**.

Fissato T_{min} e T_{max} il lavoro netto del ciclo Joule-Brayton raggiunge il massimo per il seguente rapporto manometrico di compressione:

$$\beta = \left(\frac{T_{max}}{T_{min}} \right)^{\frac{k}{2(k-1)}}$$

Il rendimento del ciclo con rigenerazione è:

$$\eta_{t,rig} = 1 - \left(\frac{T_1}{T_3} \right) \beta^{(k-1)/k}$$

I due principali campi di applicazione dei motori a turbina a gas sono la propulsione aerea e la produzione di energia elettrica.