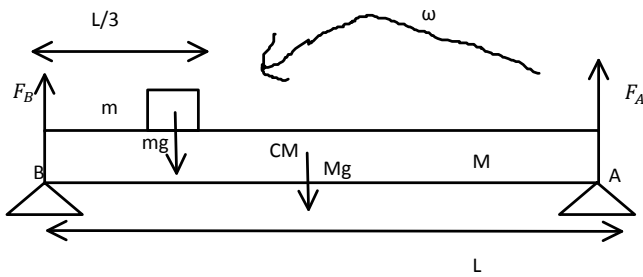


Esercizio 1

Una trave omogenea di lunghezza L e di massa M è appoggiata in posizione orizzontale su due fulcri lisci posti alle sue estremità. Una massa m è appoggiata sulla trave ad una distanza $L/3$ da un suo estremo. Calcolare i valori delle forze di appoggio esercitate dai due fulcri sulla trave.



$$\sum_i F = 0$$

$$\sum_i \tau_{(0)} = 0$$

La sommatoria delle forze e dei momenti deve essere uguale a 0

ω è il verso di rotazione con cui studio il sistema

$$\frac{L}{2} \hat{u}_x \times F_B - \frac{L}{2} \hat{u}_x \times F_A - \left(\frac{L}{2} - \frac{L}{3}\right) \hat{u}_x \times mg = 0$$

$$\frac{L}{2} F_B - \frac{L}{2} F_A + \frac{L}{6} mg = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_B - F_A = -\frac{1}{3} mg \\ F_A + F_B = (M + m)g \end{array} \right.$$

$$2F_B = (M + m)g - \frac{1}{3} mg$$

$$2F_B = \frac{2}{3} mg + Mg$$

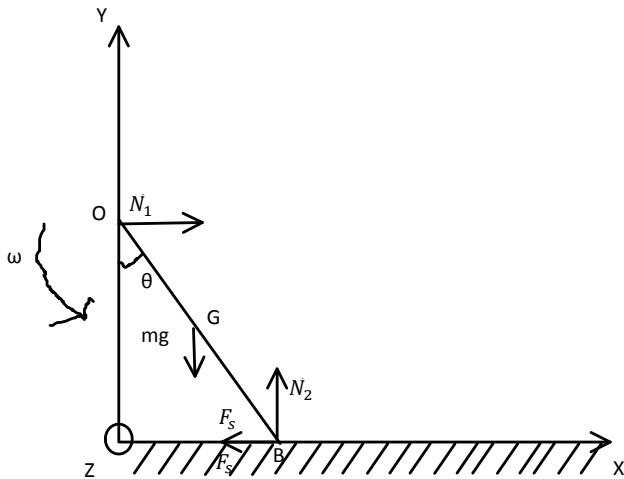
$$F_B = \left(\frac{1}{3} m + \frac{1}{2} M\right) g$$

$$F_A = \left(\frac{1}{3} m + \frac{1}{2} M\right) g + \frac{1}{3} mg$$

$$F_A = \left(\frac{2}{3} m + \frac{1}{2} M\right) g$$

Esercizio 2

Una scala è appoggiata ad un muro verticale liscio, formando con esso un angolo θ . Sapendo che tra la scala ed il pavimento vi è attrito ($\mu_s=0.1$), si calcoli il massimo valore dell'angolo θ affinché la scala resti in equilibrio.



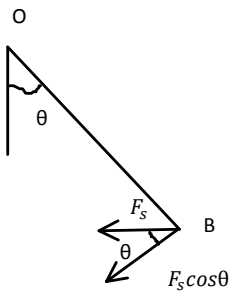
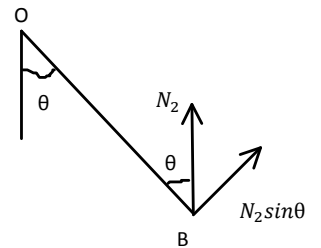
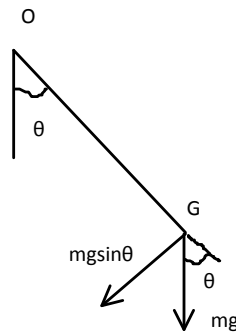
ω da il senso di rotazione

$$\mu_s = 0.1$$

$$N_2 = mg$$

$$N_1 = \mu_s N_2$$

$$F_s \leq \mu_s N_2 \quad \theta_{max} \Rightarrow F_s = \mu_s N_2$$



$$\sum F = 0 \Rightarrow mg + N_1 + N_2 + F_s = 0$$

$$\sum \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow OG \times mg + OB \times N_2 + OB \times F_s = 0$$

per i momenti delle forze devo calcolare solo la parte perpendicolare alla scala, per il segno devo tenere conto del verso di ω

$$-\frac{L}{2} mg \sin \theta + L mg \sin \theta - L \mu_s mg \cos \theta = 0$$

$$2\mu_s = \tan \theta$$

$$\theta = \arctan 2\mu_s = 11.3^\circ$$

Esercizio 3

Una carrucola è costituita da due dischi omogenei e massicci, di raggi R_1 ed R_2 e masse M_1 ed M_2 , saldati in modo concentrico; essa è libera di ruotare senza attrito intorno al suo centro C. Due masse m_1 e m_2 sono collegate alla carrucola tramite due funi inestensibili e di massa trascurabile, che si avvolgono sui due dischi di raggi R_1 ed R_2 rispettivamente. Si determinino:

- a. il momento di inerzia I_C della carrucola intorno al suo centro di rotazione C ;
- b. l'accelerazione angolare a di rotazione della carrucola.

Esercizio 4

Una massa $m = 1$ kg è collegata ad una molla, di costante elastica $k = 30$ N/m, mediante una fune inestensibile e di massa trascurabile, che si avvolge su una carrucola di massa $M = 10$ kg e raggio $R = 0.5$ m, libera di ruotare senza attrito intorno al suo centro C .

- a. Si calcoli l'allungamento della molla nella posizione di equilibrio della massa m
- b. Se la massa viene spostata dalla sua posizione di equilibrio, mostrare che il suo moto è armonico si calcoli il periodo delle oscillazioni (si assuma che la fune non slitti sulla carrucola durante il moto);
- c. Si calcoli la massima velocità angolare istantanea di rotazione della puleggia nel moto oscillatorio di m quando essa viene lasciata libera di oscillare, supponendo che sia partita da ferma spostata verso il basso di $\Delta_x = 0.4$ m dalla posizione di equilibrio.

Esercizio 5

Un pendolo fisico è costituito da un'asta rigida, di lunghezza L e massa m , alla quale è saldato, ad una sua estremità, un disco massiccio di massa M e raggio R .

Si calcoli il periodo delle piccole oscillazioni del pendolo quando esso è posto in oscillazione intorno all'estremo O dell'asta.

Esercizio 6

Un blocco omogeneo di massa m , a forma di cubo di lato L è tirato su un piano inclinato liscio (angolo di inclinazione α) da una forza F parallela al piano, applicata ad una distanza d dalla base di appoggio del cubo con $(L/2) < d < L$. Si calcoli il massimo valore della forza F che si può applicare al blocco affinché esso non si ribalti. In tale condizione limite si calcoli poi l'accelerazione del blocco.

Esercizio 7

Un recipiente cilindrico non retto e di massa trascurabile, avente le basi di raggio $R = 0.3 \text{ m}$ ed angolo interno $\alpha = 70^\circ$, è appoggiato su un piano orizzontale. Nel recipiente è poi versato un liquido fino ad un'altezza H . Calcolare il massimo valore di H affinché il recipiente resti in equilibrio.

Esercizio 8

Un'asta omogenea di densità ρ_0 e lunghezza L , ha un estremo incernierato senza attrito sul fondo di un recipiente contenente un fluido di densità $\rho_{fl} > \rho_0$, in cui è completamente immersa. Se l'asta viene spostata di un piccolo angolo dalla sua posizione verticale, mostrare che il moto dell'asta è periodico e si calcoli il periodo delle piccole oscillazioni.

Esercizio 9

Una ruota costituita da un disco massiccio di massa $M = 10 \text{ kg}$ viene posta in movimento su un piano orizzontale scabro ($\mu_s = 0.1$) = applicando al suo centro una forza F orizzontale costante. Si calcoli il massimo valore della forza F che si può applicare affinché la ruota non slitti.

Esercizio 10

Un corpo rigido costituito da due dischi massicci di masse M_1 ed M_2 e raggi R_1 ed R_2 saldati tra loro in modo concentrico, rotola senza strisciare lungo un piano orizzontale scabro sotto l'azione di una massa m , collegata al disco interno mediante una fune inestensibile e di massa trascurabile. Si determinino:

- a. il momento di inerzia del corpo rispetto al centro di istantanea rotazione;
- b. l'accelerazione di caduta della massa m ;
- c. il minimo valore di μ_s che consente di evitare lo strisciamento.

Esercizio 11

Un proiettile di massa $m = 0.05$ kg viene sparato con velocità $V_0 = 100$ m/s orizzontalmente ed in direzione tangenziale ad un disco di legno, di massa $M = 10$ kg e raggio $R = 0.5$ m, libero di ruotare senza attrito attorno al suo asse verticale. Sapendo che inizialmente il disco è in quiete e che il proiettile si conficca nel disco, si calcoli la velocità angolare di rotazione ω dopo l'urto.

Esercizio 12

Un disco omogeneo massiccio di massa M e raggio R , rotola senza strisciare lungo un piano scabro con coefficiente di attrito statico μ_s , inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Si determinino:

- a. l'accelerazione angolare α di caduta del disco;
- b. la forza di attrito F_A esercitata tra piano e disco;
- c. il massimo valore dell'angolo θ oltre il quale il disco comincia a strisciare.

Esercizio 13

Il centro di un disco massiccio di raggio R e massa M_1 è collegato al centro della ruota di una bicicletta di uguale raggio e massa M_2 mediante un'asta rigida. I due corpi rotolano senza strisciare scendendo lungo un piano inclinato (angolo di inclinazione θ) scabro con coefficiente di attrito statico μ_s . Trascurando la massa dell'asta, si calcolino:

- a. l'accelerazione angolare di rotazione;
- b. la forza assiale nell'asta, precisando se si tratta di una forza di tensione o di compressione.

Esercizio 14

Una puleggia di raggio R e massa M può ruotare senza attrito in un piano orizzontale attorno al proprio asse verticale. Un corpo puntiforme di massa m_2 è appoggiato sul piano scabro (coefficiente di attrito statico μ_s) della puleggia, ad una distanza R dal suo asse. La puleggia viene messa in rotazione, da ferma, mediante un peso m_2 in caduta verticale, connesso alla puleggia mediante una fune inestensibile e di massa trascurabile, che si avvolge su una puleggia senza slittare. Si calcolino:

- a. l'accelerazione angolare di rotazione della puleggia;
- b. l'istante di tempo in cui m_1 si stacca dal piano della puleggia;
- c. l'accelerazione angolare di rotazione della puleggia dopo che m_1 si è staccata.