

Teoria Cinetica dei Gas

★ Modello di gas ideale (cinetico):

- Le molecole sono tutte uguali (ugual massa) e hanno volume trascurabile e sono presenti in un numero elevatissimo.
- Le molecole non interagiscono tra di loro se non per urti perfettamente elastici.
- Le molecole siano assimilabili a sferette rigide.

★ Teoria cinetica dei gas:

- Supponiamo di prendere un cubo di lato l . Sia $\vec{v}_1 = v_{1x}\hat{u}_x + v_{1y}\hat{u}_y + v_{1z}\hat{u}_z$ la velocità di una molecola → quando una molecola urta la parete essa inverte il suo moto siccome gli urti, nei gas perfetti, sono perfettamente elastici quindi $\Delta p_{1x} = p'_{1x} - p_{1x} = -2mv_{1x}$. Dopo aver urtato la parete la molecola la urta nuovamente quando ha percorso lungo l'asse x un tratto $2l \rightarrow \Delta t = \frac{2l}{v_{1x}}$

$$\rightarrow \frac{\Delta p_{1x}}{\Delta t} = \frac{-2mv_{1x}}{\frac{2l}{v_{1x}}} = -\frac{mv_{1x}^2}{l} \cdot F_{1x} = -\frac{\Delta p_{1x}}{\Delta t} = \frac{mv_{1x}^2}{l} \cdot \text{Ora considerando ciò che abbiamo appena}$$

$$\text{detto per tutte le molecole} \rightarrow F_x = \sum_{i=1}^N F_{ix} = \frac{Nm}{l} \frac{v_{qm,x}^2}{N} \text{ con } v_{qm,x}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{v_{i,x}^2}{N} \text{ velocità quadratica}$$

media con $Nm = M$. Per la legge di Pascal la pressione è la stessa nei tre casi:

$$\begin{cases} p_x = \frac{F_x}{l^2} = \frac{M}{l^3} v_{qm,x}^2 = \rho v_{qm,x}^2 \\ p_y = \rho v_{qm,y}^2 \\ p_z = \rho v_{qm,z}^2 \end{cases} \text{ con } \rho = \frac{M}{l^3} \rightarrow \begin{cases} v_{qm,x}^2 = v_{qm,y}^2 = v_{qm,z}^2 \\ v_{qm}^2 = v_{qm,x}^2 + v_{qm,y}^2 + v_{qm,z}^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$v_{qm,x}^2 = v_{qm,y}^2 = v_{qm,z}^2 = \frac{1}{3} v_{qm}^2 \rightarrow p = \frac{1}{3} \rho v_{qm}^2 \text{ isotropicamente.}$$

- U gas ideale è solo energia cinetica delle sue molecole ($E_{p,i} = 0$).

$$U = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + \dots + \frac{1}{2}mv_N^2 = \frac{1}{2}mN \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N} = \frac{1}{2}Nm v_{qm}^2 \rightarrow U = \frac{1}{2}Mv_{qm}^2 \text{ con}$$

$$v_{qm}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{v_i^2}{N}.$$

$$\rightarrow \begin{cases} p = \frac{1}{3} \frac{M}{V} v_{qm}^2 \\ U = \frac{1}{2} M v_{qm}^2 \end{cases} \rightarrow pV = \frac{2}{3}U + \text{equazione di stato del gas ideale } (pv = nRT) \rightarrow U = \frac{3}{2}nRT.$$

$$\begin{cases} U = \frac{3}{2}nRT \\ U = \frac{1}{2}Mv_{qm}^2 \end{cases} \rightarrow T = \frac{m}{3R} v_{qm}^2 \text{ temperatura cinetica con } m = \frac{M}{n} \text{ massa molare del gas.}$$

★ Calori specifici molari:

➤ $U = \frac{3}{2}nRT$ energia interna totale del gas. $U_{mol} = \frac{U}{N} = \frac{3}{2} \frac{N}{N_A} \frac{R}{N} T = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} kT$ con

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \text{ costante di Boltzmann.}$$

➤ **Ipotesi statistica: principio di equipartizione dell'energia.** Ad ogni grado di libertà di un sistema fisico microscopico corrisponde la quantità di energia $\frac{1}{2}kT$ con T temperatura assoluta del sistema.

➤ Energia interna molare:

- **Gas ideale monoatomico:** i **gradi di libertà** (GDL) sono tre che sono le coordinate x, y, z →

$$U_{mol} = 3 \frac{1}{2} kT = \frac{3}{2} kT .$$

- **Gas ideale biatomico:** GDL = 5, coordinate x, y, z di un atomo più le coordinate angolari per individuare il secondo atomo → $U_{mol} = 5 \frac{1}{2} kT = \frac{5}{2} kT .$

- **Gas ideale triatomico o poliatomico:** GDL = 6, coordinate x, y, z di un atomo di una molecola più 2 coordinate molecolari di un secondo atomo più una coordinata angolare →

$$U_{mol} = 6 \frac{1}{2} kT = 3kT .$$

➤ $c_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_v = \frac{1}{n} \left(\frac{dU}{dT} \right) = \frac{1}{n} N \left(\frac{dU_{mol}}{dT} \right) = \frac{1}{n} N f \frac{1}{2} k$ con f numero di gradi di libertà.

$$\frac{N}{N_A} \cancel{N} f \frac{1}{2} \frac{R}{N_A} = f \frac{1}{2} R . \text{ Il secondo passaggio è stato fatto per il primo principio della}$$

termodinamica.