

# cinematica

Velocità media

$$V_m = \frac{s_b - s_a}{T_b - T_a}$$

Velocità istantanea

$$V = \lim_{T_b \rightarrow T_a} \frac{s_b - s_a}{T_b - T_a} = \frac{ds}{dt}$$

Accelerazione media

$$a_m = \frac{V_b - V_a}{T_b - T_a} = \frac{s_b - s_a}{(T_b - T_a)^2}$$

Accelerazione istantanea

$$a = \lim_{T_b \rightarrow T_a} \frac{V_b - V_a}{T_b - T_a} = \lim_{T_b \rightarrow T_a} \frac{s_b - s_a}{(T_b - T_a)^2} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

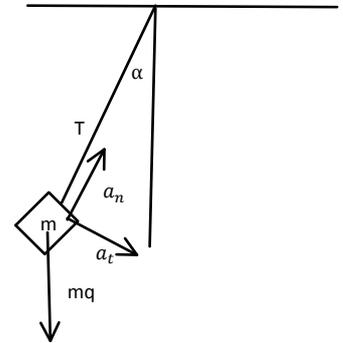
Scomposizione dell'accelerazione vettoriale nelle sue componenti radiale e tangenziale

$$a(t) = a(t)u_r(t) + \frac{v^2(t)}{\rho(t)}u_N(t)$$

con  $\rho(t) =$  raggio del cerchio osculatore

Pendolo semplice

$$\begin{cases} x: -mq \sin \alpha = ma_t = m \frac{dv}{dt} \\ y: T - mq \cos \alpha = ma_n = m \frac{v^2}{L} \end{cases}$$



## MOTI RETTILINEI

1) Moto rettilineo uniforme

$$v(t) = v \text{ costante} \rightarrow x(t) = x_0 + v(t)$$

In forma vettoriale  $r(t) = (x_0 + vt)u_t$

2) Moto uniformemente accelerato

$$s(t) = s(t_0) + v(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

MOTO PARABOLICO

$$\begin{cases} x = V_0 \cos \theta t \\ y = V_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}e t^2 \end{cases}$$

Moto circolare uniforme

$$\theta = \theta_0 + \frac{v_0}{R}t$$

$$\theta = \omega t$$

$$r = R \cos(\omega t) u_x + R \sin(\omega t) u_y$$

$$V = -\omega R \sin(\omega t) u_x + \omega R \cos(\omega t) u_y = \omega R u_r$$

$$a = -\omega^2 R \cos(\omega t) u_x - \omega^2 R \sin(\omega t) u_y = -\omega^2 r$$

Velocità angolare scalare

$$\omega = \frac{1}{R} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{v}{R}$$

Velocità angolare vettoriale

$$\omega \text{ modulo: } \frac{d\theta}{dt}$$

direzione: perpendicolare al piano della traiettoria

verso: rispetto ad un osservatore disposto come  $\omega$ , il punto ruota in senso antiorario

MOTO SOTTO L'AZIONE DI UNA FORZA ELASTICA

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\text{Con } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

A e  $\phi_0$  fissate dalle C.I. del moto

Es.:

$$x(0) = x_0$$

$$\phi_0 = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$V(0) = 0$$

$$\Rightarrow V(0) = \left. \frac{dx(t)}{dt} \right|_{t=0} = A\omega \cos(\phi_0) = 0$$

$$A \sin(\phi_0) = x_0$$

$$\Rightarrow A = \pm x_0$$

$$x(t) = \pm x_0 \sin(\omega t \pm \frac{\pi}{2})$$

## forze

FORZA PESO  $F_p$ :

$$F_p = m * g$$

È sempre in direzione perpendicolare rispetto al piano terrestre

FORZA NORMALE N:

È la reazione di un piano alle forze che agiscono in direzione perpendicolare ad esso.

FORZA DI ATTRITO  $F_a$ :

$$F_a = N\mu$$

Dove  $\mu$  può essere statico ( $\mu_s$ ) o dinamico ( $\mu_d$ )

$$F_s = N\mu_s$$

$$F_d = N\mu_d$$

$$\mu_s > \mu_d \Rightarrow F_s > F_d$$

Si considera  $F_s$  quando il corpo preso in esame è fermo,  $F_d$  quando è in movimento.

La forza di attrito è sempre contraria al moto del corpo

FORZA ELASTICA  $F_e$  legge di Hooke

$$F_e = k\Delta l$$

Dove  $k$  è la costante elastica e  $\Delta l$  è l'allungamento della molla.

La  $F_e$  ha verso variabile, a seconda che la molla sia contratta o espansa.

FORZA DI GRAVITA'

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} u_r$$

Con  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N/m}^2 \text{ Kg}^{-2}$  costante di gravitazione universale

$m_1$  massa del corpo 1

$m_2$  massa del corpo 2

$r_{12}$  distanza tra il corpo 1 e il corpo 2

FORZA ELETTROSTATICA O DI COULOMB

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_1}{r_{12}^2}$$

Con  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$  permittività del vuoto

$q_2$  carica del corpo 2

$q_1$  carica del corpo 1

$r_{12}$  distanza tra il corpo 1 e il corpo 2

$$F_{totali} = ma$$
$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

moto sotto l'azione di una forza elastica

$$x(t) = A \sin(\omega t + \vartheta_0)$$

con  $A, \vartheta_0$  dati dalle C I

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Molle in parallelo

$$k_{tot} = k_1 + k_2$$

Molle in serie

$$k_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$$

Moto di caduta vincolato:

Processo risolutivo generale:

- Individuare i soggetti del moto.
- Fissare un Sistema di Riferimento opportuno.
- Analisi delle forze (quali sono e su chi agiscono).
- Rimozione dei vincoli e diagramma del corpo libero delle singole parti del sistema (dei singoli soggetti del moto).
- Applicazione dei vincoli cinematici (per Esempio In questo caso non c'è moto lungo l'asse y).
- Scrivere l'equazione del moto: per ciascun oggetto scrivere la 2<sup>a</sup> legge del principio della dinamica.

# Energia

$$E_t = E_c + E_p$$

$$E_c = \frac{1}{2}mV^2$$

Energia potenziale gravitazionale

$$E = mgh \text{ con } h = \text{distanza del corpo da un riferimento}$$

Energia potenziale elastica

$$E = \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

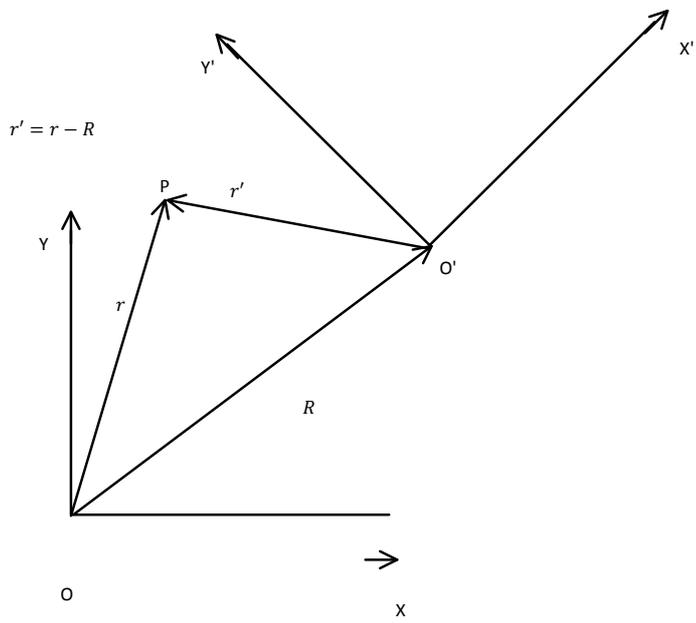
Lavoro della forza di attrito

$$L = \int_{x_1}^{x_2} F_{attr} dx = F_{attr}(x_2 - x_1) = F_{attr}\Delta x$$

$$E_B - E_A = \Delta E = L_{FNC}$$

La differenza di energia di un corpo in due punti diversi è uguale al lavoro delle forze non conservative, un esempio di forza non conservativa è la forza di attrito

## Cinematica e dinamica relativa



Tutte le considerazioni vanno fatte in base al SdR che si sta utilizzando in quel momento, se si è in un SdR fisso la velocità si calcola sommando la velocità vista dal SdR mobile e la velocità del SdR mobile.