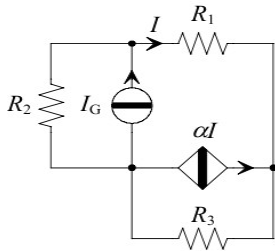


Esercizio svolto 1



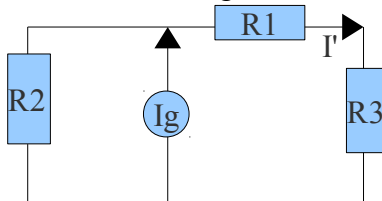
Dati:

$$R_1 = 4\Omega \quad R_2 = 3\Omega \quad R_3 = 1\Omega \quad I_G = 4A \quad \alpha = 2$$

Determinare la corrente I e le potenze rispettivamente erogate dal generatore I_G e dal generatore αI .

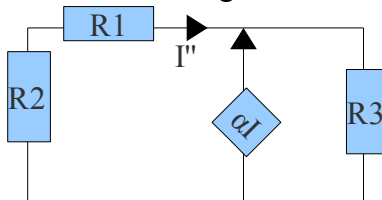
Per trovare la grandezza pilota uso la sovrapposizione degli effetti

1. Considero solo il generatore di corrente I_G , aprendo αI :



$$I' = I_G \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 4 \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$$

2. Considero solo il generatore di corrente dipendente αI :



$$I'' = -\alpha I \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = -\frac{4}{8} I$$

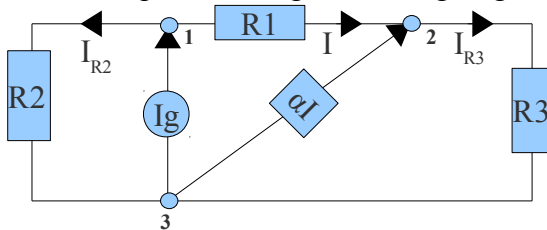
(metto il meno perché αI immette corrente nel verso opposto)

Per trovare la corrente I , effettuo la somma algebrica di I' e I'' :

$$I = I' + I'' = \frac{3}{2} - \frac{4}{8} I$$

$$I + \frac{4}{8} I = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2} I = \frac{3}{2} \rightarrow I = 1$$

Per trovare le potenze erogate dai singoli generatori devo trovare le correnti su R_2 ed R_3 :



Sapendo che $\alpha I = 4A$ e $I_G = 4A$

Scrivo le LKC:

$$\begin{cases} \text{Nodo 1: } -I_{R_2} + I_G - I = 0 \\ \text{Nodo 2: } I + \alpha I - I_{R_3} = 0 \\ \text{Nodo 3: } I_{R_2} - I_G - \alpha I + I_{R_3} = 0 \end{cases}$$

Risoluzione della prima equazione:

$$-I_{R_2} + 4 - 1 = 0 \rightarrow I_{R_2} = 3$$

Risoluzione della seconda equazione:

$$1 + 4 - I_{R_3} = 0 \rightarrow I_{R_3} = 5$$

Verifico i risultati ottenuti con la terza equazione (che è ridondante):

$$3 - 4 - 4 + 5 = 0 \rightarrow 0 = 0 \rightarrow \text{verificata}$$

Calcolo la potenza erogata da I_G :

La tensione tra il nodo 1 e il nodo 3 si ottiene mediante: $R_2 I_{R_2} = 3 \cdot 3 = 9V$

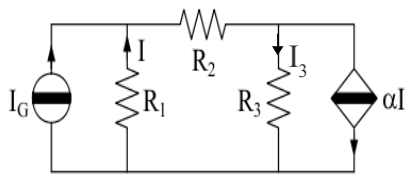
La potenza erogata si ottiene infine mediante: $9V \cdot I_G = 9V \cdot 4A = 36W$

Calcolo la potenza erogata da αI :

La tensione tra il nodo 2 e il nodo 3 si ottiene mediante: $R_3 I_{R_3} = 1 \cdot 5 = 5V$

La potenza erogata si ottiene infine mediante: $5V \cdot \alpha I = 5V \cdot 4A = 20W$

Esercizio svolto 2



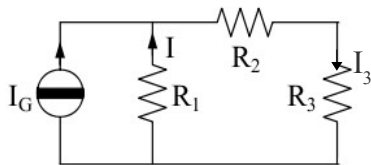
Dati:

$$R_1 = 5\Omega \quad R_2 = 1\Omega \quad R_3 = 2\Omega \quad I_G = 2A \quad \alpha = 3$$

Determinare la corrente I e le potenze generate da I_G e αI .

Per trovare la corrente I ed I_3 (necessaria per il calcolo della potenza), uso la sovrapposizione degli effetti.

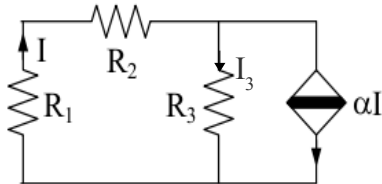
1. Considero solo il generatore di corrente I_G , aprendo αI :



$$I' = -I_G \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = -2 \frac{1+2}{5+1+2} = -\frac{6}{8}$$

$$I_3' = I_G \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 2 \frac{5}{8} = \frac{10}{8}$$

2. Considero solo il generatore di corrente αI , aprendo I_G :



$$I'' = \alpha I \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2}{8} 3I = \frac{6}{8} I$$

$$I_3'' = -\alpha I \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = -\frac{6}{8} 3I = -\frac{18}{8} I$$

3. Trovo I ed I_3 :

$$I = I' + I'' = -\frac{6}{8} + \frac{6}{8} I \quad \rightarrow \quad I - \frac{6}{8} I = -\frac{6}{8} \quad \rightarrow \quad \frac{2}{8} I = -\frac{6}{8} \quad \rightarrow \quad I = -3A$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = \frac{10}{8} - \frac{18}{8} I \quad \rightarrow \quad I_3 = \frac{10}{8} + \frac{54}{8} \quad \rightarrow \quad I_3 = 8A$$

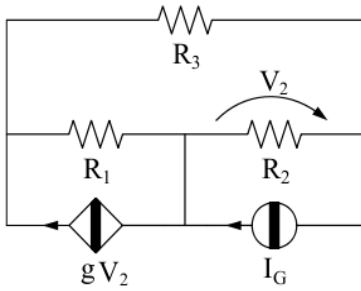
Calcolo la potenza erogata da I_G :

$$P_{I_G} = R_1 \cdot I \cdot I_G = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30W$$

Calcolo la potenza erogata da αI :

$$P_{\alpha I} = R_3 \cdot I_3 \cdot \alpha I = 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 3 = 144W$$

Esercizio svolto 3



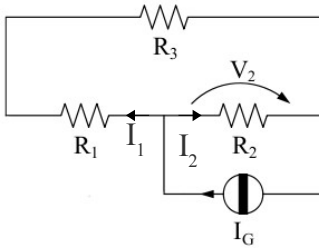
Dati:
 $R_1 = 1\Omega$ $R_2 = 3\Omega$ $R_3 = 2\Omega$ $I_G = 3A$ $g = 0,5S$

*1 [S] (Siemens) = 1A/V (Conduttanza elettrica)

Determinare la tensione V_2 e le potenze erogate da I_G e gV_2 .

Per trovare V_2 e V_1 (necessaria per calcolare la potenza), uso la sovrapposizione degli effetti.

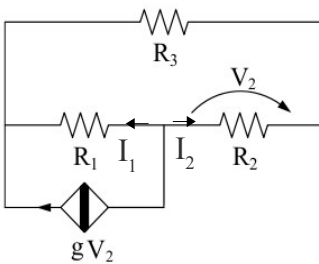
1. Considero solo il generatore I_G , aprendo gV_2 :



$$I_2' = I_G \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 3 \frac{3}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$I_1' = I_G \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 3 \frac{3}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

2. Considero solo il generatore gV_2 , aprendo I_G :



$$gV_2 = g \cdot R_2 \cdot -I_2 = 0,5 \cdot 3 \cdot -I_2 = -1,5I_2$$

Metto il meno davanti a I_2 perché il resistore è un utilizzatore e non può avere i versi concordi di tensione e corrente.

$$I_2'' = 1,5I_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1,5}{6} I_2 = \frac{0,5}{2} I_2$$

$$I_1'' = 1,5I_2 \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{7,5}{6} I_2 = \frac{2,5}{2} I_2$$

3. Trovo I_1 , I_2 , V_1 e V_2 :

$$I_2 = I_2' + I_2'' = \frac{3}{2} + \frac{0,5}{2} I_2 \quad \rightarrow \quad I_2 - \frac{0,5}{2} I_2 = \frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{3}{1,5} = 2A$$

$$V_2 = -I_2 \cdot R_2 = -2 \cdot 3 = -6V$$

Metto il meno davanti a I_2 perché il resistore è un utilizzatore e non può avere i versi concordi di tensione e corrente.

$$I_1 = I_1' + I_1'' = \frac{3}{2} + 2 \frac{2,5}{2} \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{8}{2} = 4A$$

$$V_1 = I_1 \cdot R_1 = 4 \cdot 1 = 4V$$

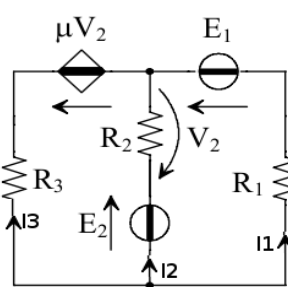
Calcolo la potenza erogata da I_G :

$$P_{I_G} = I_G \cdot V_2 = 3 \cdot 6 = 18W$$

Calcolo la potenza erogata da gV_2 :

$$P_{gV_2} = V_1 \cdot gV_2 = 4 \cdot 0,5 \cdot 6 = 12W$$

Esercizio svolto 4



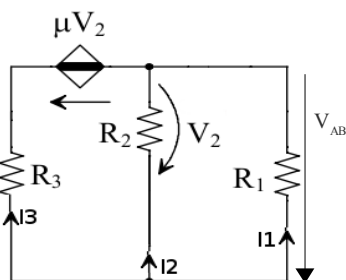
Dati:

$$R_1 = 4\Omega \quad R_2 = 1\Omega \quad R_3 = 2\Omega \quad E_1 = 30V \quad E_2 = 12V \quad \mu = 3$$

Determinare la tensione V_2 e le singole potenze erogate da ogni generatore.

Uso la sovrapposizione degli effetti.

1. Considero solo il generatore μV_2 , cortocircuitando E_1 ed E_2 :



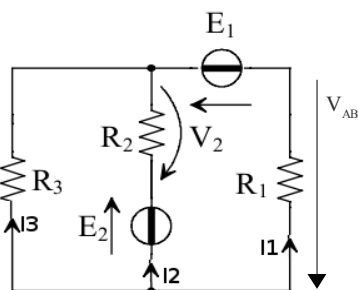
$$V_{AB} = \frac{\frac{\mu V_2}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{7} V_2 = \frac{6}{7} V_2$$

$$I_3' = \frac{V_{AB} - \mu V_2}{R_3} = -\frac{15}{7} \cdot \frac{1}{2} V_2 = -\frac{15}{14} V_2$$

$$I_2' = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{6}{7} V_2$$

$$I_1' = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{4} V_2 = \frac{3}{14} V_2$$

2. Considero i generatori E_1 ed E_2 cortocircuitando μV_2 :



$$V_{AB} = \frac{-\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{-\frac{30}{4} - 12}{\frac{7}{4}} = -\frac{78}{7}$$

$$I_3'' = \frac{V_{AB}}{R_3} = -\frac{78}{7} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{39}{7}$$

$$I_2'' = \frac{E_2 + V_{AB}}{R_2} = \frac{6}{7}$$

$$I_1'' = \frac{E_1 + V_{AB}}{R_1} = \frac{132}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{33}{7}$$

3. Trovo le correnti I_1, I_2 ed I_3 :

$$V_2 = R_2 \cdot I_2 = I_2$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = \frac{6}{7} I_2 + \frac{6}{7} \quad \rightarrow \quad I_2 - \frac{6}{7} I_2 = \frac{6}{7} \quad \rightarrow \quad I_2 = 6$$

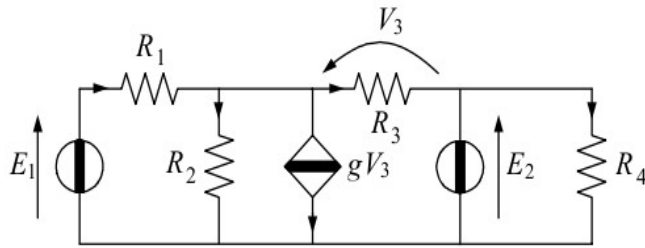
$$I_1 = I_1' + I_1'' = \frac{3}{14} 6 + \frac{33}{7} \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{42}{7} = 6$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = -\frac{15}{14} 6 - \frac{39}{7} \quad \rightarrow \quad I_3 = -\frac{84}{7} = -12$$

4. Calcolo le potenze erogate dai generatori:

$$P_{\mu V_2} = \mu V_2 \cdot I_3 = 216W \quad P_{E_1} = E_1 \cdot I = 30 \cdot 6 = 180W \quad P_{E_2} = E_2 \cdot I_2 = 72W$$

Esercizio svolto 5



Dati:

$$\begin{aligned} R_1 &= 4 \Omega & R_2 &= 2 \Omega & R_3 &= 4 \Omega \\ R_4 &= 6 \Omega & E_1 &= 12 \text{V} & E_2 &= 12 \text{V} \\ g &= 0,5 \text{ S} & & & & (1[\text{S}] \text{Siemens} = 1 \text{ V/A}) \end{aligned}$$

Determinare le correnti dei resistori

Come prima cosa si nota che la tensione ai capi di R_4 è imposta da E_2 , per cui si può calcolare subito la corrente I_4 :

$$I_4 = \frac{E_2}{R_4} = \frac{12}{6} = 2 \text{A}$$

La resistenza R_4 non influisce sul resto del circuito. Si nota che i rami del circuito sono posti tutti i parallelo, per cui è possibile calcolare la tensione V_{AB} supponendo noto il valore del generatore dipendente:

$$V_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - gV_3 + \frac{E_2}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{3 - 2I_3 + 3}{1} = 6 - 2I_3$$

Trovo la grandezza pilota:

$$I_3 = \frac{V_{AB} - E_2}{R_3} = \frac{-6 - 2I_3}{4} = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}I_3 \quad \rightarrow \quad \frac{3}{2}I_3 = -\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad I_3 = -1 \text{A}$$

A questo punto posso trovare il valore numerico di V_{AB} :

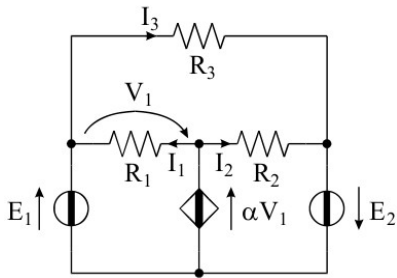
$$V_{AB} = 6 - 2I_3 = 6 + 2 = 8 \text{V}$$

Trovo le altre correnti:

$$I_1 = \frac{E_1 - V_{AB}}{R_1} = \frac{12 - 8}{4} = 1 \text{A}$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{8}{2} = 4 \text{A}$$

Esercizio svolto 6



Dati:

$$R_1 = 4\Omega \quad R_2 = 10\Omega \quad R_3 = 4\Omega$$

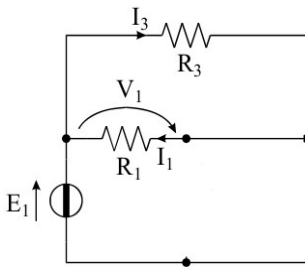
$$E_1 = 8V \quad E_2 = 8V \quad \alpha = 3$$

Determinare le correnti nei resistori

Usa la sovrapposizione degli effetti.

1. Considero solo il generatore E_1 , cortocircuitando gli altri 2:

Nota che cortocircuitando gli altri due generatori, la resistenza R_2 è collegata in parallelo ad un corto circuito, per cui non la considero. Graficamente ho questa situazione:

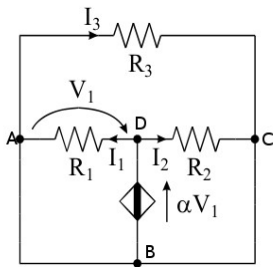


Posso procedere a calcolare le due correnti:

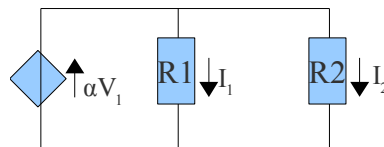
$$I_1' = -\frac{E_1}{R_1} = -2A$$

$$I_3' = \frac{E_1}{R_3} = 2A$$

2. Considero solo il generatore αV_1 , cortocircuitando gli altri 2:



Nota che i punti A, B e C sono equipotenziali, dato che sono collegati tramite dei cortocircuiti, quindi posso ridisegnare il circuito per renderlo più facilmente interpretabile:



Nota:

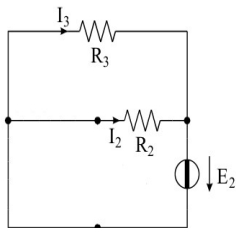
In R_3 non scorre corrente perché è ai capi di un corto circuito

$$I_1'' = \frac{3V_1}{R_1} = \frac{3}{4}V_1$$

$$I_2'' = \frac{3V_1}{R_2} = \frac{3}{10}V_1$$

3. Considero solo il generatore E_2 , cortocircuitando gli altri 2:

Nota che cortocircuitando gli altri due generatori, la resistenza R_1 è collegata in parallelo ad un corto circuito, per cui non la considero. Graficamente ho questa situazione:



Posso procedere a calcolare le due correnti:

$$I_2''' = \frac{E_2}{R_2} = \frac{8}{10}A$$

$$I_3''' = \frac{E_2}{R_3} = 2A$$

4. Trovo tutte le correnti come somma algebrica dei contributi dei generatori:

$$I_1 = -2 + \frac{3}{4}R_1 I_1 \quad \rightarrow \quad I_1 - 3I_1 = -2 \quad \rightarrow \quad I_1 = 1A$$

$$I_2 = \frac{12}{10} + \frac{8}{10} = 2A$$

$$I_3 = 2 + 2 = 4A$$